

## Metodické poznámky

Podrobné úmrtnostní tabulky za Českou republiku a její regiony soudržnosti a kraje jsou založeny na III. hlavních souborech demografických událostí. Vstupní pravděpodobnosti úmrtí jsou vypočteny nepřímou metodou, tj. odvozeny ze specifických měr ( $m_x$ ). Tabulky jsou podrobné, tj. s jednoletým věkovým intervalem, odděleně pro muže a ženy. S ohledem na vyloučení nahodilých výkyvů jsou tabulky regionů soudržnosti a krajů zpracovány za dvouleté kalendářní období.

## Ukazatele úmrtnostních tabulek

**Počet zemřelých ( $D_x$ )** uvádí absolutní počet zemřelých podle věku ( $x$ ) za dané území během daného období.

**Počet obyvatel ( $P_x$ )** uvádí absolutní počet obyvatel k 1. 7. daného roku na daném území podle věku (v případě úmrtnostních tabulek za regiony soudržnosti a kraje jde o součet stavů k 1. 7. daných let).

**Pravděpodobnost úmrtí ( $q_x$ )** vyjadřuje pravděpodobnost, že osoba dožívající se přesného věku  $x$  let v daném období (tj. před dosažením věku  $x+1$ ) zemře:

$$q_x = 1 - e^{-m_x}$$

**Tabulkový počet dožívajících ( $l_x$ )** je hypotetický počet osob, které se dožijí věku  $x$  let ze 100 000 živě narozených (kořen tabulky -  $l_0$ ) při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období:

$$l_{x+1} = l_x \cdot (1 - q_x)$$

**Tabulkový počet zemřelých ( $d_x$ )** vyjadřuje hypotetický počet zemřelých osob v dokončeném věku  $x$  let; je počítán jako rozdíl dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$d_x = l_x - l_{x+1}$$

**Tabulkový počet žijících ( $L_x$ )** je hypotetický průměrný počet žijících v dokončeném věku  $x$  let; počítá se (kromě věku 0) jako průměr ze dvou po sobě jdoucích tabulkových počtů dožívajících:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}$$

Tabulkový počet žijících ve věku 0 je odvozen z přesného rozložení zemřelých kojenců v daném období podle ročníku narození. Koeficient  $\alpha$  (alfa) udává, jaký podíl zemřelých ve věku 0 v daném roce (ve III. hlavním souboru událostí) pochází z generace narozených daného roku. Při výpočtu úmrtnostních tabulek za regiony soudržnosti a kraje je aplikován koeficient vypočtený z rozložení zemřelých kojenců v I. hlavním souboru událostí (pro dané dvouleté období) v celé České republice.

$$L_0 = l_0 - \alpha \cdot d_0$$

**Pomocný ukazatel ( $T_x$ )** vyjadřuje počet let života, které má tabulková generace (nikoliv jednotlivec) v daném věku ještě před sebou, a je dán kumulací počtu žijících  $L_x$  od nejvyššího věku tabulky  $\omega-1$  až po věk  $x$ :

$$T_x = T_{x+1} + L_x \qquad T_x = \sum_{\omega-1}^x L_x$$

**Střední délka života neboli naděje dožití ( $e_x$ )** udává průměrný počet let, který má naději prožít osoba právě  $x$ -letá při zachování řádu úmrtnosti sledovaného období. Jedná se o syntetický ukazatel, který odráží úmrtnostní poměry ve všech věkových skupinách.

$$e_x = \frac{T_x}{l_x}$$

## Výpočet vstupní pravděpodobnosti úmrtí pro podrobnou úmrtnostní tabulku

### Vstupní data

- počet zemřelých ( $D$ ) podle pohlaví a jednotek věku ( $x$ ) v daném roce/daných letech
- počet zemřelých ve věku 0 v ČR podle ročníku narození
- počet obyvatel ( $P$ ) podle pohlaví a jednotek věku ( $x$ ) na daném území k 1. 7. daného roku/daných let
- počet živě narozených ( $N^v$ ) podle pohlaví v daném roce/daných letech

### Postup

1. Z empirických dat vypočteme pro věk  $x \geq 1$  specifickou míru úmrtnosti ( $m_x$ ), jakožto podíl zemřelých daného věku a pohlaví a středního stavu obyvatel daného věku a pohlaví v dané územní jednotce:

$${}_t m_x^{\text{ČR}} = \frac{{}_t D_x}{1.7.(t) P_x} \qquad {}_{t-1,t} m_x^{\text{oblast,kraj}} = \frac{{}_{t-1} D_x + {}_t D_x}{1.7.(t-1) P_x + 1.7.(t) P_x}$$

2. Vypočteme pravděpodobnost úmrtí, která je založena na spojitě funkci  $q_x = 1 - e^{-m_x}$ . Pravděpodobnost úmrtí ve věku 0 je rovna tzv. kojenecké úmrtnosti, podílu zemřelých ve věku 0 a živě narozených v daném období.

$${}_t q_0^{\text{ČR}} = \frac{{}_t D_0}{{}_t N^v} \qquad {}_{t-1,t} q_0^{\text{oblast,kraj}} = \frac{{}_{t-1} D_0 + {}_t D_0}{{}_{t-1} N^v + {}_t N^v}$$

3. Pro odstranění náhodných výkyvů jsou hodnoty pravděpodobnosti úmrtí od věku 4 let vyrovnány pomocí vzorce:

$$q_x^{\text{vyrovn}} = [105 \cdot q_x + 90 \cdot (q_{x-1} + q_{x+1}) + 45 \cdot (q_{x-2} + q_{x+2}) - 30 \cdot (q_{x-3} + q_{x+3})] / 315$$

4. Vzhledem k malé velikosti souboru zemřelých ve vyšším věku (a tudíž většímu kolísání empirických hodnot) se pravděpodobnost úmrtí přibližně od věku 80 let odvozuje (extrapoluje) pomocí Gompertz-Makehamova vzorce  $\log p_x = a + b \cdot c^x$ .

Vstupní charakteristikou pro Gompertz-Makehamovu formuli je přirozený logaritmus pravděpodobnosti dožití, odvozený z vyrovnané hodnoty pravděpodobnosti úmrtí:

$$\ln p_x^{\text{vyrovn}} = \ln(1 - q_x^{\text{vyrovn}})$$

Český statistický úřad používá King-Hardyho metodu, při které extrapolace vychází ze soustavy rovnic ( $R_1, R_2, R_3$ ) pro tři stejně dlouhé po sobě jdoucí intervaly, kde  $d$  je délka intervalu a  $x_0$  věk na počátku prvního intervalu (zde  $x_0 = 60$  a  $d = 8$ ).

$$R_1 = \sum_{i=x_0}^{x_0+d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}} \qquad R_2 = \sum_{i=x_0+d}^{x_0+2d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}} \qquad R_3 = \sum_{i=x_0+2d}^{x_0+3d-1} \ln p_i^{\text{vyrovn}}$$

5. Konstanty  $a, b, c$  obsažené v Gompertz-Makehamově formuli charakterizující sílu úmrtnosti vypočteme podle vztahů:

$$c^d = \frac{R_3 - R_2}{R_2 - R_1} \qquad c = \sqrt[d]{c^d} \qquad b = \frac{(c-1) \cdot (R_2 - R_1)}{c^{x_0} \cdot (c^d - 1)^2} \qquad a = \left[ R_1 - \frac{(R_2 - R_1)}{(c^d - 1)} \right] / d$$

6. Dosazením  $a, b, c$  do Gompertz-Makehamova vzorce vypočteme pro věk  $x \geq 71$  modelové pravděpodobnosti dožití  $r_x = \exp(a + b \cdot c^x)$  a najdeme věk  $y$  ( $y \geq 75$ ), pro který nabývá odchylka



$|p_x^{\text{vyrovn}} - r_x|$  minimální hodnoty. Od věku  $y$  pak pravděpodobnost úmrtí nejlépe vystihuje funkce  $q_x^{GM}$ , která je doplňkem funkce  $r_x$  do jedné. Přechod na extrapolované hodnoty je upraven vyrovnáním hodnot pro věk  $z = (y - 4), \dots, (y + 4)$ :

$$q_z^{GM} = 1 - \left[ \left(1 - \frac{z - y + 5}{10}\right) \cdot p_z^{\text{vyrovn}} + \frac{z - y + 5}{10} \cdot r_z \right]$$

**Shrnutí:** Pro výpočet úmrtnostní tabulky jsou tedy vstupními hodnotami následující pravděpodobnosti úmrtí:

pro věk 0	kojenecká úmrtnost
pro věk 1, 2, 3	pravděpodobnosti odvozené ze specifických měř úmrtnosti
pro věk 4 až $(y - 5)$	pravděpodobnosti vyrovnané
pro věk $(y - 4)$ až $\omega - 1$	pravděpodobnosti vyrovnané a extrapolované